

VARIABILI ALEATORIE 1D

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ funzione di dominio Ω e codominio \mathbb{R}
 $X(\omega) = x$ $X \Rightarrow$ legge di corrispondenza, $x \Rightarrow$ determinazione generica

VARIABILI ALEATORIE

$$P(X < x) = P(A_x) = \{\omega: X(\omega) \leq x\}$$
$$\forall X \in \mathbb{R}, A_x = \{\omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{A}$$

FUNZIONE DI RIPARTIZIONE

Dato $\{\omega: X(\omega) \leq x\}$ la sua probabilita' è:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = P(\{\omega: X(\omega) \leq x\}) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

1 è definita su tutto \mathbb{R} ed è compresa tra 0 e 1

$$2 \quad \lim_{x_0 \rightarrow +\infty} F_X(x_0) = 1 \quad P(\Omega) = 1$$

$$3 \quad \lim_{x_0 \rightarrow -\infty} F_X(x_0) = 0 \quad P(\emptyset) = 0$$

4 è monotona crescente $\forall x_1 < x_2, F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$

$$\{X \leq x_1\} \subseteq \{X \leq x_2\} \Rightarrow P\{X \leq x_1\} \leq P\{X \leq x_2\} \Rightarrow F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, a < b$$

$$F_X(b) - F_X(a) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = P(a < X \leq b)$$

VARIABILI DISCRETE

$$\{x_k\} \quad k \in \mathbb{R}$$

$$p_x(x) = \begin{cases} P[X = x_k] = P[\omega: X(\omega) = x_k] & x = x_k \\ 0 & x \neq x_k \end{cases}$$

DENSITA' DISCRETA'

$$\{p_x(x_k)\}$$

$$P(X \in I) = \sum_{x_i \in I} p_x(x_k)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_x(x_k) = 1$$

LA VARIABILE BERNOULLIANA E IL LANCIO DELLA MONETA

$$\Omega = \{T, C\}$$

$$X(T) = 0$$

$$X(C) = 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, A_x = \{\omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{A}$$

$$x < 0 \quad A_x = \emptyset$$

$$0 \leq x < 1 \quad A_x = \{T\}$$

$$x \geq 1 \quad A_x = \{\Omega\}$$

$$X: \begin{cases} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{cases}$$

FUNZIONE DI RIPARTIZIONE DI UNA VA DISCRETA

$$F_x(x) = P(\omega : X(\omega) \leq x) = \sum_{x_k \leq x} p_x(x_k)$$

FUNZIONE DI DENSITA' DI UNA VA CONTINUA

$$f_x(x) = \frac{d}{dx} F_x(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_x(x + \Delta x) - F_x(x)}{\Delta x}$$

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f_x(x) dx$$

EVENTI A PROBABILITA' NULLA

$$P(X=a) = \int_a^a f_x(u) du = 0 \neq f_x(a) \quad \Rightarrow \quad P(X \leq a) = P(X < a)$$

PROPRIETA' DELLA FUNZIONE DENSITA'

1 $\forall x \quad f_x(x) \geq 0$

2 $\int_{-\infty}^x f_x(x) dx = F_x(x)$

3 $\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x) dx = 1$

LA VARIABILE CASUALE UNIFORME

$$f_x(x) = \begin{cases} k & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

$$\int_a^b k dx = 1, \quad k = \frac{1}{b-a}$$

LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA VARIABILE CASUALE UNIFORME

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$