VETTORI

$\vec{a}=\vec{a}_x+\vec{a}_y=a_x\vec{x}+a_y\vec{y}=a_x\vec{u}_x+a_y\vec{u}_y$
$\vec{a}(a_x, a_y, a_z) \quad b(b_x, b_y, b_z)$
$|\vec{a}|=a$ modulo del vettore

SOMMA DI VETTORI
$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}=\vec{c}=(a_x+b_x)\vec{u}_x+(a_y+b_y)\vec{u}_y$

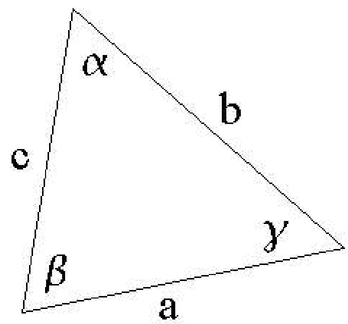
DIFFERENZA DI VETTORI
$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})=(a_x-b_x)\vec{u}_x+(a_y-b_y)\vec{u}_y$

PRODOTTO DI UN VETTORE PER UN NUMERO
$K\cdot\vec{a}=K\vec{a}=\vec{w} \quad K\cdot|\vec{a}|=K|\vec{a}|=|\vec{w}|$
$\vec{w}=K\cdot\vec{a}=K\cdot\vec{a}\,x+K\cdot\vec{a}\,y$

PRODOTTO SCALARE
$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\alpha \qquad \vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a} \qquad \vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_x b_x+a_y b_y+a_z b_z$

PRODOTTO VETTORIALE $(dir_\perp, \quad ver\Rightarrow regola \quad m. \quad dx)$
$\vec{a}\times\vec{b}=a\cdot b\cdot\sin\alpha$
$\vec{a}\times\vec{b}\neq\vec{b}\times\vec{a} \quad\Rightarrow\quad \vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$
$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

TEOREMA DI CARNOT (LEGGE DEL COSENO)
$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta$
$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$



LEGGE DEI SENI
$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

MOTO RETTILINEO

SPOSTAMENTO

$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1$$

VELOCITÀ

$$\boldsymbol{v}(t) \equiv \lim_{\Delta \to 0} \frac{\boldsymbol{x}(t+\Delta t) - \boldsymbol{x}(t)}{\Delta t}$$

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta t} = \frac{d\,\boldsymbol{x}}{dt}$$

ACCELERAZIONE

$$\boldsymbol{a} \equiv \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\,\boldsymbol{v}}{dt}$$

MOTO UNIFORME
(VELOCITÀ COSTANTE)

$$x = x_0 + v_0 t$$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO (ACCELERAZIONE COSTANTE)

$$v = v_0 + a_0 t$$

$$v_{med} = \frac{v_0 + v}{t}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

CORPI IN CADUTA LIBERA

$$v = \sqrt{2gh}$$

MOTO CIRCOLARE

$\Theta = 2\pi$	angolo giro
$s = R\Theta = 2\pi R$	circonferenza
$v = \frac{ds}{dt} = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$	velocità periferica
$\omega \equiv \frac{d\Phi}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v}{R}$	velocità angolare
$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$	accelerazione periferica
$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\Phi}{dt^2}$	accelerazione angolare
$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{\omega}{2\pi}$	frequenza
$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$	periodo
$\boldsymbol{a}_c = -a\,\hat{\boldsymbol{r}}$	accelerazione centripeta

LEGGI DI NEWTON

PRIMA LEGGE DELLA DINAMICA

$F=0 \Rightarrow a=0 \quad a=0 \Rightarrow F=0$

SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA

$\vec{F}_{ris}=m\vec{a} \quad \vec{F}_{ris}=m\frac{d\vec{v}}{dt}$

TERZA LEGGE DELLA DINAMICA

$\vec{F}_{BA}=-\vec{F}_{AB}$

TRASFOMAZIONI DI GALILEO

$\begin{cases} \vec{x}=\vec{x}_1+\vec{v}\,t_1 \\ t=t_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{x}_1=\vec{x}-\vec{v}\,t \\ t_1=t \end{cases}$

$\vec{u}=\vec{u}_1+\vec{v} \quad \vec{u}_1=\vec{u}-\vec{v}$

LA GRAVITAZIONE

LE LEGGI DI KEPLERO

1) Orbita ellitica di cui il sole occupa uno dei due fuochi
2) Il raggio vettore spazza aree uguali in tempi uguali
3) $\frac{a^3}{T^2}=k \quad (k\simeq 3{,}38\cdot 10^{18}\frac{m^3}{s^2})$

LA LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

$F=G\frac{m_1\cdot m_2}{r^2}$

LA VELOCITÀ DEI SATELLITI IN ORBITA CIRCOLARE

$v=\sqrt{\frac{G\cdot m_t}{r}}$

LA DEDUZIONE DELLE LEGGI DI KEPLERO

$v=\frac{2\pi r}{T} \quad v=\sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi r}{T}=\sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \Rightarrow \quad \frac{r^3}{T^2}=\frac{GM}{4\pi^2}=k$

IL CAMPO GRAVITAZIONALE

$\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m} \quad F=G\frac{mM}{r^2} \quad g=G\frac{M}{r^2}$

L'ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$U(r)=-G\frac{mM}{r}$

LA FORZA DI GRAVITÀ E LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$K=\frac{1}{2}mv^2 \quad U=\frac{-GmM}{r} \quad U+K=cost$

$K+U<0$ orbita ellittica
$K+U=0$ orbita parabolica
$K+U>0$ orbita iperbolica

LA VELOCITÀ DI FUGA E IL BUCO NERO

$U=-G\frac{mM}{r} \quad K=\frac{1}{2}mv^2 \quad \frac{1}{2}mv^2-G\frac{mM}{r}=0$

$v=\sqrt{\frac{2G\cdot m_t}{r}}$

FORZE

LE FORZE E L'EQUILIBRIO

$P_2 = \frac{h}{l} P = P \sin\beta = P \cos\alpha$ equilibrio di un corpo su un piano inclinato

FORZE DI ATTRITO

$\mu_s > \mu_c$

attrito statico: $F_{at} = \mu_s F_\perp$ $0 \leqslant f_s \leqslant \mu_s N$

attrito cinetico: $F_{at} = \mu_c F_\perp$ $f_c = \mu_c N$

attrito volvente: $F_{at} = \frac{\mu_v}{r} F_\perp$

attrito viscoso: $\boldsymbol{F}_{visc} = -b\,\boldsymbol{v}$ $v = \frac{mg}{b}(1 - e^{\frac{-bt}{m}})$

LA FORZA PESO E LA CADUTA LIBERA

$\boldsymbol{F}_g = m_g \boldsymbol{g} = m\,\boldsymbol{g}$ $\vec{P} = m\vec{g}$

IL MOTO SUL PIANO INCLINATO

$P_2 = \frac{h}{l} P$ $a = \frac{F}{m} = \frac{h}{l} g$

IL MOTO DEI PROIETTILI

In orizzontale:

$x = v_0 t$

$y = -\frac{1}{2} g t^2$ equazione della traiettoria: $y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_o^2} x^2$

In una direzione qualsiasi

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$x = v_x t$

$y = v_y \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$ equazione della traiettoria: $y = \frac{v_y}{v_x} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_x^2} x^2$

gittata massima: $\Delta x = \frac{2 v_x v_y}{g}$ $(v_x = v\cos\alpha \quad v_y = v\sin\alpha)$ $\Delta x = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$

LA FORZA CENTRIPETA

$\boldsymbol{F} = -\frac{mv^2}{r} \hat{\boldsymbol{r}}$ $F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$

IL MOTO ARMONICO (MOLLA)

$\vec{F} = -k\vec{x}$ $\vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{s} = -\frac{4\pi^2}{T^2}\vec{s}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

IL PENDOLO

$F = -(\frac{mg}{l})s$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

ENERGIA CINETICA E LAVORO

LAVORO

$$W_{tot} \equiv F_{tot}\Delta x = \vec{F}\cdot\vec{r} = \int_s \vec{F}\cdot d\vec{r} \qquad W = Fr\cos\theta \qquad W = \int_{\boldsymbol{r}_A}^{\boldsymbol{r}_b} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$$

LAVORO F. ELASTICA

$$W = \int_0^{x_0} -kx\cdot dx = -\frac{1}{2}k x_0^2$$

POTENZA

$$P \equiv \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad P = \boldsymbol{F}\cdot\frac{d\Delta\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$$

ENERGIA CINETICA

$$K \equiv \frac{1}{2}m v^2$$

TEOREMA ENERGIA-LAVORO

$$W_{tot} = \Delta K \qquad W = K_{finale} - K_{iniziale} = \Delta K \qquad W = Fx = \frac{1}{2}m v^2 - \frac{1}{2}m v_0^2$$

$$W = \int_A^B \vec{F}_T \cdot d\vec{r} = Ek_B - Ek_A = \Delta Ek = \Delta\frac{1}{2}mv^2$$

ENERGIA POTENZIALE E CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

FORZE CONSERVATIVE

1) $\oint \vec{F}\cdot d\vec{r} = 0$

2) $W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = Ep_{(A)} - Ep_{(B)} = -\Delta Ep$

Per forze conservative:	$U(x) \equiv U(s) - \int_s^x F dx'$	$\Delta U_{AB} \equiv W_{AB}$
E pot gravità:	$U(y) = mgy + U_0$	$U = mgh = ph$
E pot elastica:	$U(y) = \frac{1}{2}k x^2$	$U = \frac{1}{2}k s^2$
F in una dim in ter di Epot:	$F(x) = -\frac{dU}{dx}$	
Forze centrali:	$\boldsymbol{F} = -\frac{dU(r)}{dr}\hat{\boldsymbol{r}}$	
Per sistemi conservativi:	$E \equiv \frac{1}{2}mv^2 + U(x)$	$Ek + Ep = cost$

RIASSUNTO:
CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

$Em = \frac{1}{2} mv^2 + Ep = cost \qquad K(z) + U(z) = costante = E \qquad K_{iniziale} + U_{iniziale} = K_{finale} + U_{finale}$

F. peso	$Ep = mgh$	$Ep = 0 \quad se \quad h = 0 \quad (suolo)$
F. gravitazionale	$Ep = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$	$Ep = \infty \quad se \quad r = \infty \quad (infinito)$
F. elastica	$Ep = \frac{1}{2} k x^2$	$Ep = 0 \quad se \quad x = 0 \quad (centro)$
Pendolo	$Em = \frac{1}{2} m v^2 + mgL(1 - \cos\theta)$	$Ep = 0 \quad per \quad \theta = 0 \quad (centro)$

Se conservativa:

$W = \Delta Ek = Ek_{fin} - Ek_{iniz} = -U_{fin} + U_{iniz} \qquad W_{1\rightarrow 2} = \Delta Ek = -\Delta Ep$

Se non conservativa:

$W = W_{N.C.} + W_{CONS} = W_{N.C.} - \Delta U = \Delta Ek \qquad W_{1\rightarrow 2} = -\Delta Ep + W_{N.C.}$

ENERGIA CINETICA E POTENZIALE NEL MOTO DEL PENDOLO

$Em = \emptyset + mgL(1 - \cos\theta_0)$ nel punto più alto dell oscillazione

$Em = \frac{1}{2} m v^2 + mgL(1 - \cos\theta)$ in un punto qualsiasi

$v = \sqrt{2 gL(\cos\theta - \cos\theta_0)} = \sqrt{2 gh}$ in un punto qualsiasi

poichè $Ek + Ep = cost \qquad Ek = max\ per\ \theta = 0 \qquad Ep = max\ per\ \theta_0$

QUANTITA' DI MOTO

$\vec{p} \equiv m\vec{v}$

CONSERVAZIONE DI QUANTITA' DI MOTO

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = cost \quad m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = cost$ se $\sum F_{ext} = 0$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{ext}$$

$$m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{F}_{21}$$

in questo caso conservazione di q. di moto non vale

IMPULSO

$$\int_0^t \vec{F} \cdot dt = \Delta m\vec{v} = \vec{I} \qquad \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

URTI

$F_{ext} = \emptyset \Rightarrow$ q di moto si conserva $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = cost$

Urto:

Elastico	$\Delta Q = 0$	$\Delta Ek = 0$	($Ek = cost$)
Anelastico	$\Delta Q = 0$	$\Delta Ek \neq 0$	($Ek \neq cost$)
Perfettamente anelastico	$\Delta Q = 0$		i corpi restano uniti

URTO ELASTICO

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ q. di moto

$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$ e. cinetica

URTO PERFETTAMENTE ANELASTICO

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{ris}$

SISTEMI (DI CORPI O DI PARTICELLE)

CENTRO DI MASSA

$$\boldsymbol{R} \equiv \frac{m_1 \boldsymbol{r_1} + m_2 \boldsymbol{r_2} + \ldots + m_N \boldsymbol{r_N}}{M} \qquad \vec{r}_{C.M.} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_3 r_3}{m_1 + m_2 + m_3} \qquad \vec{r}_{C.M.} = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum m_i}$$

$$v_{C.M.} = \frac{dr_{C.M.}}{dt} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$M_{TOT} \cdot \vec{a}_{C.M.} = \sum \vec{F}_{ext}$$

Se f ext (es. f. vincolare) sono nulle, C.M. resta fermo

$$\vec{Q}_{TOT} = M_{TOT} \vec{V}_{C.M.}$$

In un sistema isolato se $\vec{F}_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta \vec{Q} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{Q}_{TOT} = cost \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_{C.M.} = cost$

ROTAZIONE DI CORPI RIGIDI

MOMENTO DI UNA FORZA

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad M = r_\perp F = r F_\perp = r F \sin\alpha$$

$$|\vec{M}_0| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin\theta \qquad |\vec{M}_0| = F_\perp \cdot r$$

MOMENTO DELLA Q. DI MOTO

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v} = \vec{r} \times \vec{p} = r\, m\, v \sin\alpha \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\,\vec{r} \times m\vec{v}}{dt} = \frac{d\,\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d\,m\vec{v}}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{dm\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{dm\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times m \cdot \vec{a} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \Leftrightarrow \frac{d\,\vec{r} \times m\vec{v}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F} \Leftrightarrow \frac{dm\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

COPPIA DI FORZE

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F} \qquad M = l \cdot F \cdot \sin\alpha$$

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}_1) = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_1$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \qquad \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = l \quad F = |\vec{F}_1| = |-\vec{F}_1| \qquad \frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2}$$