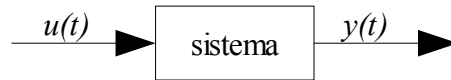


AUTOMATICA

SISTEMA "FISICO"

m -> variabili d'ingresso $u_1(t), \dots, u_m(t)$
p -> variabili d'uscita $y_1(t), \dots, y_p(t)$



$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} u(t) \in \mathbb{R}^m \\ y(t) \in \mathbb{R}^p \end{array}$$

tempo continuo (t. c.), $t \in \mathbb{R}$

tempo discreto (t. d.), $t \in \mathbb{Z}$ (\mathbb{Z} numeri interi relativi $\mathbb{N} \cup 0 \cup -\mathbb{N}$)

variabili esterne:

$u(t)$ ingresso

$y(t)$ uscita

MODELLO

Descrizione matematica della relazione I-O.

Descrizione parziale e mai esatta della realtà, considera solo gli aspetti rilevanti agli scopi del modello.

Dice come l'uscita $y(t)$ del sistema fisico "dovrebbe" rispondere ad un dato $u(t)$.

MODELLO (SISTEMA) ALGEBRICO (NON DINAMICO)

Definisce un legame istantaneo tra $u(t)$ ed eventualmente t , con l'uscita $y(t)$.

$$y(t) = g(u(t), t); \quad g(u, t) = \begin{bmatrix} g_1(u, t) \\ \vdots \\ g_p(u, t) \end{bmatrix}$$

MODELLO (SISTEMA) DINAMICO

Modello dinamico -> l'uscita dipende dalle variabili di stato

variabili di stato -> variabili interne $x_1(t), \dots, x_n(t)$ i cui valori descrivono completamente lo stato del sistema

L'uscita può essere funzione anche dell'ingresso $u(t)$ e del tempo t

$$y(t) = g(x(t), u(t), t), \quad g(x, u, t) = \begin{bmatrix} g_1(x, u, t) \\ \vdots \\ g_p(x, u, t) \end{bmatrix}, \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad x(t) \in \mathbb{R}^n \quad \forall t$$

n -> intero ≥ 1 è detto ordine (dimensione) del sistema

EQUAZIONE DI STATO

Noti $x(t_0)$ e l'andamento dell'ingresso nell'intervallo $[t_0, t]$, $t > t_0$ ($u_{[t_0, t]}(\cdot)$) si deve poter determinare l'evoluzione dello stato $x_{[t_0, t]}(\cdot)$

- t. c. $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$ equazioni differenziali
 t. d. $x(t+1) = f(x(t), u(t), t)$ equazioni alle differenze

$$f(x, u, t) = \begin{bmatrix} f_1(x, u, t) \\ \vdots \\ f_n(x, u, t) \end{bmatrix}$$

RIASSUMENDO

- $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$ t. c. equazione di stato
 $x(t+1) = f(x(t), u(t), t)$ t. d. trasformazione d'uscita
 $y(t) = g(x(t), u(t), t)$

CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI DINAMICI

SISTEMI A DIMENSIONE INFINITA

Ad ogni istante di tempo t , $x(t)$ è una funzione.

Lo stato $x(t)$ è un elemento di uno spazio funzionale e la sua evoluzione è descritta da equazioni differenziali (alle differenze a t. d.) alle derivate parziali.

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \Rightarrow n = \infty$$

SISTEMI A DIMENSIONE FINITA (n finito)

Ad ogni istante di tempo t , lo spazio di stato $x(t) \in \mathbb{R}^n$.

La sua evoluzione è descritta da equazioni differenziali (t. c.) / alle differenze (t. d.) ordinarie.

Geometricamente, lo stato è descritto da un punto che parte da uno stato iniziale $x(t_0)$ e percorre una traiettoria nello spazio di stato.

SISTEMI PROPRI	SISTEMI IMPROPRI
$g(x, u, t)$ non dipende da u . Non c'è un legame istantaneo (algebrico) I/O.	$g(x, u, t)$ dipende da u . C'è un legame istantaneo I/O.

SISTEMI TEMPO INVARIANTI		SISTEMI TEMPO VARIANTI	
$f(x, u, t)$	non dipendono da t	$f(x, u, t)$	dipendono da t
$g(x, u, t)$		$g(x, u, t)$	
Nei sistemi tempo invarianti, t_0 si può scegliere algebricamente, spesso si assume $t_0 = 0$.			

SISTEMI AUTONOMI

$f(x, u, t)$
 $g(x, u, t)$ non dipendono da u ($u(t) = \bar{u}$ costante $\forall t$)

SISTEMI LINEARI

$f(x, u, t)$
 $g(x, u, t)$ sono combinazioni lineari di x e u

$$f(x, u, t) = A(t)x + B(t)u$$
$$g(x, u, t) = C(t)x + D(t)u$$

$$\left. \begin{array}{l} A(t) = [a_{ij}(t)] \quad n \times n \\ B(t) = [b_{ij}(t)] \quad n \times m \\ C(t) = [c_{ij}(t)] \quad p \times n \\ D(t) = [d_{ij}(t)] \quad p \times m \end{array} \right\} \text{funzioni del tempo}$$

m -> ingressi
n -> variabili di stato
p -> uscite